

## Respuestas 5to año CNBA 2024

### TRABAJO PRÁCTICO Nr 1

A) 1.  $\frac{1}{2}$  2. 0 3.  $\frac{1}{3}$  4.  $\frac{1}{2}$  5.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  6. 0 7.  $\infty$  8. 64 9. 1 10.  $\infty$  11.  $\infty$  12. 0 13.  $\infty$

B)

Cociente de polinomios

1.  $\frac{1}{2}$  2. 2 3.  $\infty$  4.  $\frac{9}{7}$  5.  $-\frac{2}{5}$  6.  $\frac{11}{5}$  7.  $\frac{5}{8}$  8.  $\frac{3}{16}$  9.  $n \cdot i^{n-1}$  10. 0 11.  $2a$  12. 4

Trigonométricos

13.  $\nexists$  14.  $\sqrt{2}$  15. 1 16. 0 17. 1

Irracionales

1.  $2\sqrt{2}$  2. -2 3.  $-\frac{1}{3}$  4. 1 5.  $\frac{1}{2}$  6. 0 7. 0 8. 6 9. 1 10.  $-\frac{1}{56}$  11. 0 12. 2 13.  $a$

C)

a) 0 b) 3 c)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \nexists$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \nexists$   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$  e)  $\nexists$

D)

1.  $\infty$  2. 0 3. 0 4. 1 5.  $\infty$  6.  $\frac{3}{4}$  7.  $\frac{1}{4}$

E)

1.  $\frac{2}{3}$  2.  $\infty$  3. 0 4. 0 5.  $\infty$  6. 1 7. 0 8. 1 9.  $\frac{3}{4}$  10.  $\frac{1}{4}$

F)

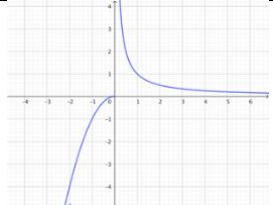
1.  $y=3$ ; 2.  $y=0$  3. No tiene AH

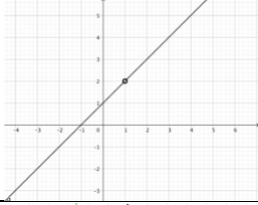

G)

b) AH:  $y = 5$ ; AV:  $x = 2$  c) AH:  $y = 0$ ; AV:  $x = 3, x = -3$  d) AO:  $y = 2x$  e) AV:  $x = 0$ , AH:  $y = 1$

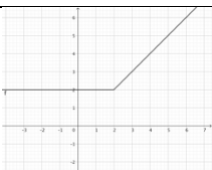
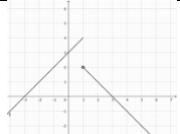
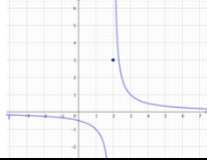
### TRABAJO PRÁCTICO Nr 2

1.

FUNCIÓN	GRÁFICO	CLASIFICACIÓN DE DISC.
$f(x) = \begin{cases} -x+1 & -2 < x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$		Cont en $x=-1$ y en $x=1$ Disc esencial en $x=0$
$f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$		Disc esencial en $x=-1$ Disc evitable en $x=1$ Continua en $x=0$ y en $x=2$
$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq -1 \\ x^2+1 & -1 < x < 2 \\ x+3 & x \geq 2 \end{cases}$		Continua en $x=0$ y en $x=2$ Disc esencial en $x=-1$
$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$		Disc esencial en $x=0$ Continua en $x=2$

$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$		Disc evitable en $x=1$
$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$		Disc evitable en $x=2$ Disc esencial en $x=-2$ Continua en $x=1$

2.

FUNCIÓN	GRÁFICO	CLASIFICACIÓN DE DISC
$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 2 \\ 2 & \text{si } x < 2 \end{cases}$		Sin discontinuidades
$f(x) = \begin{cases} 3 + x & \text{si } x \leq 1 \\ 3 - x & \text{si } x > 1 \end{cases}$		Discontinua esencial en $x=1$
$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \end{cases}$		Discontinua esencial en $x=2$
$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{si } x < 2 \\ \frac{8}{x-2} & \text{si } -2 < x < 6 \\ 2x - 10 & \text{si } x > 6 \end{cases}$		Discontinua esencial en $x=-2$ Discontinua evitable en $x=6$

3.

$f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x-3}$	$f(x) = \frac{1}{x}$	$f(x) = \frac{x-4}{(x+3)(x^2-16)}$	$f(x) = \frac{x^2+5x+6}{x^3+2x^2-3x}$	$f(x) = \frac{ x-3 }{x-3}$	$f(x) = \frac{x^3-27}{x-3}$	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 5 & x = 0 \end{cases}$
Disc evit $x = 3$ Disc esencial en $x = -1$	Disc esen $x=0$	Disc evit $x=4$ Disc esencial en $x = -3, x = 4$	Disc evitable $x = -3$ Disc esencial en $x = 0, x = 1$	Disc esencial en $x = 3$	Disc evitable en $x = 3$	Disc esencial en $x = 0$

4. Puede definirse  $f(1) = \frac{1}{2}$       5.  $f(2) = \frac{1}{4}$       6.  $k = 3$       7.  $k = -\frac{1}{2}$       8.  $k = 1$  o  $k = -2$   
 9.  $k = 1$  o  $k = -5$       10.  $a = 4$  ;  $b = -2$       11.  $a = \frac{1}{5}$  ;  $b = \frac{4}{5}$       12.  $a = 2$  ;  $b = 0$

### TRABAJO PRÁCTICO Nr 3

A) 1. 1    2. -65    3.  $\frac{1}{4}$     4. -1    5.  $\frac{1}{2}$     6. No existe  $f'(2)$  porque 2 no pertenece al dominio de  $f$

B) 1.  $f'(x) = 3x^2 + 1$     2.  $f'(x) = 4x + 3$     3.  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$     4.  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$     5.  $f'(x) = -\frac{1}{2x^{3/2}}$

C)

1	$y' = 5x^4 - 9x^2$	15	$y' = \frac{e^x(tg(x) - sec^2(x))}{tg^2(x)}$	29	$y' = \cos^2(x+a) - \sin^2(x+a)$
2	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{x^2}$	16	$y' = 10x(x^2 + 4)^4$	30	$y' = \cos(x) \cdot \ln(x) + \frac{\sin(x)}{x}$
3	$y' = \frac{4x^3}{a} + \frac{2x}{b} + 1$	17	$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$	31	$y' = \operatorname{cosec}(x) \cdot \sec(x)$
4	$y' = 3ax^2 - \frac{1}{b}$	18	$y' = -\frac{3(x-1)}{2\sqrt{3-x}}$	32	$y' = \frac{\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)}{2}$
5	$y' = 40x^4 + 12x^2 + 4x$	19	$y' = \frac{3x^2 - 1}{2\sqrt{x(x^2 - 1)}}$	33	$y' = 6\sin^2(2x) \cos(2x) + \frac{\sec^2(\ln(x))}{x}$
6	$y' = 1 + \ln(x)$	20	$y' = \frac{1}{\sqrt{(1+x)(1-x)^3}}$	34	$y' = \frac{(x-1)\sin\left(\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right)}{\sqrt{x}(x+1)^2}$
7	$f'(t) = 6t^2 - 26t + 12$	21	$y' = \frac{1}{4\sqrt{1-\sqrt{1-x}} \cdot \sqrt{1-x}}$	35	$f'(t) = 2t \cotg(t) (\cotg(t) - t \operatorname{cosec}^2(t))$
8	$y' = 18x^2 + 26x + 6$	22	$y' = \frac{2x+1}{3(x^2+x+1)^{2/3}}$	36	$y' = x^x(1 + \ln(x))$
9	$y' = -\frac{4x^3(x^2-8)}{(4-x^2)^2}$	23	$y' = \frac{2}{1-x^2}$	37	$y' = tg(x)(\sec^2(x) - 1)$
10	$y' = -\frac{10}{(5+x)^2}$	24	$y' = 4e^{4x+1}$	38	$y' = 1 + x^{\sin(x)-1}(\sin(x) + x \ln(x) \cos(x))$
11	$y' = \frac{x^2(x^2+3)}{(1+x^2)^2}$	25	$y' = \ln(7)(2x+3)^{7x^2+3x+2}$	39	$y' = \frac{2x^{2x+1} \ln(x) - x^3 + 2x^{2x+1} - 2x^{2x}}{x^3}$
12	$f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 1}{(t-2)^2}$	26	$y' = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$	40	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1} + 2}$
13	$y' = \cos^2(x) - \sin^2(x)$	27	$y' = \frac{2e^{x^2}(x^2 \ln(x^2) + 1)}{x}$	41	$y' = \sec(x)$
14	$y' = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x) + \cos(x)}{(1 + \cos(x))^2}$	28	$y' = 2\sin(x)\cos(x)$	42	$y' = \frac{1}{x \cdot \ln(x) \ln(\ln(x))}$

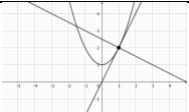
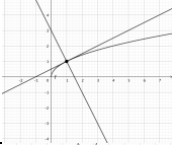
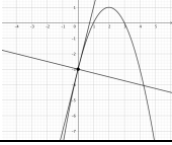
D) 1.  $x = -5, x = 5$     2.  $x = -2$     3.  $x = 1$     4.  $x = 0$

E)  $k = -\frac{16}{11}$

F) a) Que una función sea continua en un punto no implica que sea derivable en dicho punto  
b) No es derivable en  $x=0$

G) 1. -1    2.  $(1 + \sqrt{2}; f(1 + \sqrt{2}))$ ;  $(1 - \sqrt{2}; f(1 - \sqrt{2}))$     3.  $(3; f(3))$ ;  $(-1; f(-1))$     4.  $(1; f(1))$

H)

FUNCIÓN	RECTA TANGENTE	RECTA NORMAL	GRÁFICO
$y = x^2 + 1$	$y = 2(x - 1) + 2$	$y = -\frac{1}{2}(x - 1) + 2$	
$y = \sqrt{x}$	$y = \frac{1}{2}(x - 1) + 1$	$y = -2(x - 1) + 1$	
$y = -x^2 + 4x - 3$	$y = 4x - 3$	$y = -\frac{1}{4}x - 3$	
$y = 3x^2 + \frac{1}{x}$	$y = -7(x + 1) + 2$	$y = \frac{1}{7}(x + 1) + 2$	
$y = \frac{1}{2-x}$	$y = x$	$y = -x + 2$	

I) 1. (0,2) y (4, -30)      2. No existen      3. (0; e)      4.  $(1; \frac{19}{3})$  y. (3;5)

J) (1; 6) y (-1; -4)

K) a) (2; 5) y (-2; -11)      b) (1; -2) y (-1; -4)

L)  $a = -5$ ;  $b = -14$

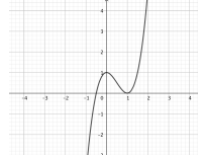
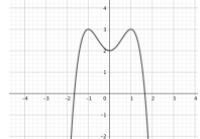
M) (1; 1) y (-1; 1)


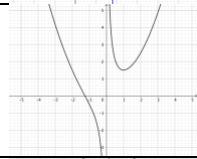
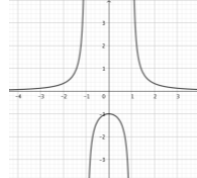
N)

FUNCIÓN	INTERVALO DE CRECIMIENTO	INTERVALO DE DECRECIMIENTO
$f(x) = x^2 - 4x - 1$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; 2)$
$f(x) = x^3 - x^2 - x$	$(-\infty; -\frac{1}{3})$ y $(1; +\infty)$	$(-\frac{1}{3}; 1)$
$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 2$	$(+\infty; 0)$ y $(3; +\infty)$	$(0; 3)$
$f(x) = x^3 - 3x + 2$	$(+\infty; -1)$ y $(1; +\infty)$	$(-1; 1)$
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$	$(-\infty; 0)$ y $(2; +\infty)$	$(0; 2)$
$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$	$(0; 2)$	$(-\infty; 0)$ y $(2; +\infty)$

O)  $|k| < 1$

R)

FUNCIÓN	ASÍNTOTAS	MÁX REL	MÍN REL	PTOS INFLEX	GRÁFICO
$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$	No posee	$f(0) = 1$	$f(1) = 0$	$(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$	
$f(x) = -x^4 + 2x^2 + 2$	No posee	$f(-1) = f(1) = 3$	$f(0) = 2$	$(\pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{23}{9})$	

$f(x) = \frac{x-1}{x-2}$	AV: $x=2$ AH: $y=1$	No posee	No posee	No posee	
$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$	AV: $x=0$	No posee	$f(1) = \frac{3}{2}$	$(-\sqrt[3]{2}; f(-\sqrt[3]{2}))$	
$f(x) = \frac{1}{x^2-1}$	AV: $x = -1, x = 1$ AH: $y = 0$	$f(0) = -1$	No posee	No posee	

### APLICACIONES DE LA DERIVADA

- A) 1.  $\frac{1}{2}$    2. 1   3. 2   4. 0   5. 2   6.  $\frac{a}{b}$    7.  $\frac{1}{7}$    8.  $-\frac{3}{2}$    9. -3   10. 0   11.  $\infty$   
 12. 2   13.  $-\frac{4}{\pi^2}$    14.  $\frac{1}{3}$    15.  $\frac{1}{3}$    16. 2   17.  $\frac{1}{2}$

- B) 1. i)  $a = -1; b = 21$    ii)  $a = 1; b = 19$    2. i) 10 y 10   ii) 10 y 10   iii) 20 y 0   o 12 y 8  
 3.  $\frac{a}{2} y \frac{a}{2}$    4. 20m x 40m   5. 12 cm   6. No existe ningún número que verifique lo pedido.  
 7. Largo 3 m, Ancho 4 m   8.  $x=5m$    9. 9m x 9m   10. 250m x 125m   11.  $r = h \cong 2,73 \text{ cm}$   
 12.  $x = 8, v = 5$    13. Debe ir en bote hasta un punto ubicado a 8 km de B y luego en auto el km restante  
 14.  $a = -3; b = 7$    15.  $a = -9; b = 18; c = -2$    16.  $a = -1; b = 3$    18.  $(-\frac{1}{3}; f(-\frac{1}{3}))$   
 20.  $V_1: (-\sqrt{12}; 24)$  ;  $V_2: (\sqrt{12}; 24)$    21. Base cuadrada de 10 cm de lado y altura 5 cm  
 22.  $x = y = 13 \text{ cm}$    23.  $r \cong 3,35 \text{ cm}; h \cong 10,05 \text{ cm}$   
 24. Con 0,56m se forma el cuadrado y con 0,44m se forma la circunferencia.  
 25. Base=altura=6 cm   26.  $x = y = \frac{8}{3}$    27.  $x_1 = \frac{40}{3}; x_2 = \frac{80}{3}; x_3 = 20$

### TRABAJO PRÁCTICO N° 4

#### Indefinidas

#### Inmediatas

1) $x + \frac{x^2}{2} + C$	2) $x - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{x^2}{2} + C$	3) $4x + 2x^2 + \frac{x^3}{3} + C$	4) $\frac{2}{5}x^{5/2} + C$	5) $\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + C$
6) $4\text{sen}(x) - \text{tg}(x) + C$	7) $-\frac{3}{2}x^{-2} + C$	8) $2\sqrt{x} + \frac{2}{5}x^{5/2} + C$	9) $4\ln 1+x  + C$	10) $\ln 1+x^2  + C$
11) $\frac{\text{tg}^4 x}{4} + C$	12) $\frac{\text{tg}^6 x}{6} + C$	13) $-\ln(\cos(e^x)) + C$	14) $\frac{\ln 1+x^3 }{6} + C$	15) $\ln x^2+x-1  + C$
16) $\text{tg}x - x + C$	17) $\frac{\cos^6 x}{2} + C$	18) $\arctg x + \frac{1}{2}\ln 1+x^2  + C$	19) $\frac{2}{3}x^{2/3} + 2\sqrt{ax} + 2a\sqrt{x} + C$	20) $\frac{\ln x^2-6x+4 }{2} + C$
21) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+2} + C$	22) $\frac{3}{5}(x^2+x)^{5/3} + C$	23) $-(\ln x)^{-1} + C$	24) $-\frac{1}{2(\ln(2x))^2} + C$	25) $\frac{\ln^2 x+2 }{2} + C$
26) $-\frac{\cos^4(2x)}{8} + C$				

**Sustitución**

1) $-\frac{1}{18}(1-3x)^6 + C$	2) $\frac{\ln x^2-6x+4 }{2} + C$	3) $\frac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3} + C$	4) $-e^{1/x} + C$	5) $\frac{e^{3x}}{3} + C$
6) $\frac{-4^{-3x}}{3 \cdot \ln 4} + C$	7) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+2} + C$	8) $\frac{\arcsen 2x}{2} + C$	9) $\frac{1}{3}\arctg x^3 + C$	10) $\frac{\operatorname{Arg} \operatorname{Th} \frac{2}{3}x}{6} + C$
11) $\frac{3}{5}(x^2+x)^{5/3} + C$	12) $-(\ln x)^{-1} + C$	13) $-\frac{1}{2 \ln^2(2x)} + C$	14) $-\frac{\cos^4(2x)}{8} + C$	

**Partes**

1) $x \cdot e^x - e^x + C$	2) $-x \cdot \cos x + \operatorname{sen} x + C$	3) $x \cdot \operatorname{sen} x + \cos x + C$	4) $x \cdot \ln x - x + C$	5) $\frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$
6) $x \cdot \arctg x - \frac{\ln(x^2+1)}{2} + C$	7) $e^x \cdot (x^2 - 2x + 2) + C$	8) $\frac{e^x \cdot (-\cos x + \operatorname{sen} x)}{2} + C$		

**Definidas**

- A) 1)  $A = \frac{1}{3}$  2)  $A = 4$  3)  $A = 2$  4)  $A = \frac{32}{3}$  5)  $A = 8$  6)  $A = \frac{1}{2}$  7)  $A = \frac{999}{4}$
- B) 1)  $A = \frac{9}{2}$  2)  $A = \sqrt{2} - 1$  3)  $A = 4$  4)  $A = 6$  5)  $A = \frac{8}{3}$  6)  $A = \frac{32}{3}$  7)  $A = \frac{32}{3}$  8)  $A = \frac{41}{6}$  9)  $\frac{27}{4}$  10)  $A = \frac{9}{2}$
- 11)  $A = \frac{1}{3}$  12)  $A = \frac{1}{3}$  13)  $A = \frac{29}{4}$
- C) 1)  $a = \frac{7}{64}$  2)  $A = \frac{16}{15}$  3)  $A = \frac{1}{2}$  4)  $\left(\frac{14}{25}; \frac{23}{35}\right)$  5)  $\left(\frac{57}{21}; \frac{39}{21}\right)$  6)  $\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$