

CIEEM 2024/2025

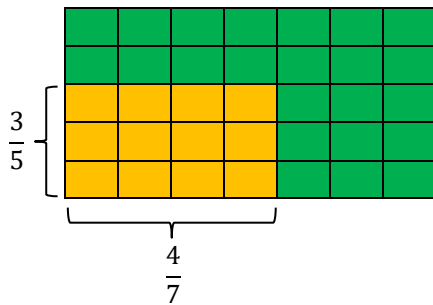
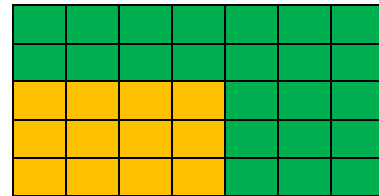
Matemática - Clase n° 9- 8 de junio de 2024

Multiplicación, inverso y división de números racionales no negativos. Traducción de enunciados.

Multiplicación de fracciones

En un campo rectangular, se destina un sector, también rectangular, a la siembra de trigo. El sector elegido tiene $\frac{3}{5}$ del ancho del campo y $\frac{4}{7}$ de su largo.

En la figura, el rectángulo mayor representa el campo y el rectángulo amarillo, el sector destinado a la siembra de trigo.



◆ ¿Qué parte del campo se destina a sembrar trigo?

El rectángulo mayor está formado por $7 \cdot 5 = 35$ rectángulos pequeños, de los cuales $3 \cdot 4 = 12$ son amarillos. Luego, el rectángulo amarillo representa $\frac{12}{35}$ del rectángulo mayor. Por lo tanto, se destina $\frac{12}{35}$ del campo a sembrar trigo.

También se puede calcular la parte del campo pedida multiplicando $\frac{3}{5}$ por $\frac{4}{7}$, es decir:

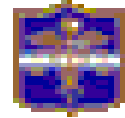
$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$$

Al multiplicar fracciones se obtiene otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

◆ En el campo anterior, se destina otro sector rectangular a sembrar maíz. Este sector tiene $\frac{2}{5}$ del ancho del campo y $\frac{5}{7}$ de su largo. ¿Qué parte del campo será sembrada con maíz?

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 7} = \frac{2}{7}$$

Si es posible, conviene simplificar antes de realizar los cálculos.

**Inverso de un número. División de fracciones**

- ◆ ¿Cuál es el número que multiplicado por 9 da 1?

La novena parte del entero es $\frac{1}{9}$ y 9 veces $\frac{1}{9}$ da el entero, es decir que: $9 \cdot \frac{1}{9} = 1$. Por lo tanto, $\frac{1}{9}$ es el número buscado y se llama inverso de 9. A su vez, 9 es el inverso de $\frac{1}{9}$.

Un número es inverso de otro si al multiplicarlos el resultado es 1.
El cero no tiene inverso.

- ◆ ¿Cuál es el inverso de $\frac{3}{5}$?

Para hallar el inverso de $\frac{3}{5}$, debemos buscar el número que multiplicado por $\frac{3}{5}$ dé 1.

Podemos escribir $\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5}$. Como el inverso de 3 es $\frac{1}{3}$, ya que $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$, y el inverso de $\frac{1}{5}$ es 5, porque $\frac{1}{5} \cdot 5 = 1$, entonces:

$$3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5 = 1 \quad \text{por la propiedad conmutativa de la multiplicación}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$$

Por lo tanto, $\frac{5}{3}$ es el inverso de $\frac{3}{5}$.

La fracción inversa de una fracción, distinta de 0 (cero), se obtiene intercambiando el numerador y denominador de la fracción dada.

- ◆ Dividir un número por otro es equivalente a multiplicar el primero por el inverso del segundo. Por ejemplo:

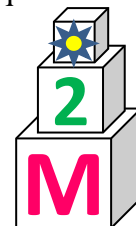
$$\frac{8}{3} : \frac{2}{5} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{8 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{20}{3}$$

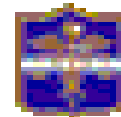
Para dividir una fracción por otra, distinta de 0 (cero), se multiplica la primera por la inversa de la segunda.

Traducción de enunciados

Para resolver algunos problemas necesitamos traducir expresiones coloquiales al lenguaje simbólico. Consideremos los siguientes ejemplos.

Matilda armó una torre con tres cubos de madera. La medida de la altura del cubo mediano es 2 cm mayor que la del cubo pequeño y la medida de la altura del cubo grande es $\frac{7}{5}$ de la medida de la altura del mediano.



**Matemática - Clase n° 9- 8 de junio de 2024**

- ◆ ¿Cuál es la medida de la altura de la torre que armó Matilda si la altura del cubo pequeño mide 3 cm?

Como la torre está formada por tres cubos, debemos sumar las medidas de sus alturas:

$$3 \text{ cm} + (3 \text{ cm} + 2 \text{ cm}) + \frac{7}{5} \cdot (3 \text{ cm} + 2 \text{ cm}) = 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + \frac{7}{5} \cdot 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

Medida de la altura del cubo pequeño.
Medida de la altura del cubo mediano.
Medida de la altura del cubo grande.

La medida de la altura de la torre es 15 cm.

- ◆ Supongamos que no conocemos la medida de la altura del cubo pequeño, pero sabemos que p expresa, en centímetros, la medida de la altura de dicho cubo.
¿Cómo expresamos en lenguaje simbólico, o sea con letras, la medida de la altura de la torre en centímetros?

Podemos expresar en lenguaje simbólico la medida, en centímetros, de la altura de la torre que armó Matilda de la siguiente manera:

$$p + (p + 2) + \frac{7}{5}(p + 2)$$

Es decir: $p + p + 2 + \frac{7}{5}p + \frac{14}{5}$. O sea: $\frac{17}{5}p + \frac{24}{5}$.

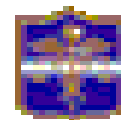
Todos los problemas de tarea son los que figuran a continuación.

1. Para el cumpleaños de Astor se encargó la impresión de un *banner* de lona de $\frac{3}{5}$ m de largo y $\frac{9}{10}$ m de ancho. ¿Cuál es el área, en metros cuadrados, del *banner*?
2. a) En cada caso escribí, si es posible, un número racional sobre la línea de puntos para que la igualdad sea verdadera.

i. $\frac{3}{5} \cdot \dots = 1$	ii. $7 \cdot \dots = 1$	iii. $1 \cdot \dots = 1$
iv. $0 \cdot \dots = 1$	v. $\frac{16}{9} \cdot \dots = 1$	vi. $\frac{1}{4} \cdot \dots = 1$

- b) Decidí si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F), y marcá con una X en el casillero correspondiente de la tabla.

	V	F
Todos los números racionales positivos tienen inverso.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
El inverso de un número racional positivo siempre es menor que el número dado.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
No existen números racionales positivos iguales a su inverso.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Si un número racional positivo es mayor que otro, entonces su inverso también lo es.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



c) Considerá que $r = \frac{2}{5}$ y ordená de menor a mayor los números racionales que figuran a continuación: r , 1 , $\frac{1}{r}$, $r \cdot r$ y $2r$.

3. Marcela tiene tres y medio kilogramos de frutillas para envasar en bolsas de un cuarto kilogramo cada una. ¿Cuántas bolsas necesita como mínimo Marcela para realizar el envasado?

4. a) En cada ítem, uní con una flecha la expresión coloquial con su correspondiente expresión simbólica, considerando que m es un número racional.

i. Las dos quintas partes de m incrementado en uno disminuidas en la mitad de seis.

$$\frac{2}{5} \cdot (m + 1 - 6 : 2)$$

$$\frac{2}{5} \cdot (m + 1) - 6 : 2$$

$$\frac{2}{5} \cdot m + 1 - 6 : 2$$

ii. El triple de: la mitad de m aumentada en un séptimo.

$$3 \cdot (2 : m + \frac{1}{7})$$

$$3 \cdot m : 2 + \frac{1}{7}$$

$$3 \cdot (m : 2 + \frac{1}{7})$$

iii. El cociente entre once tercios y el cuádruple de m .

$$\frac{11}{3} : 4 \cdot m$$

$$\frac{11}{3} : (4 \cdot m)$$

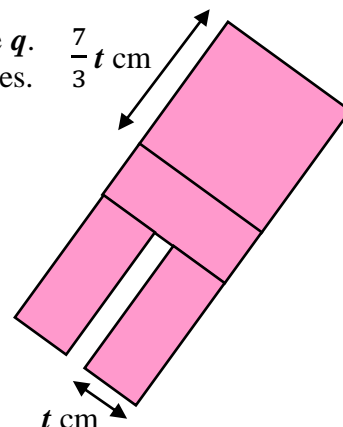
$$(\frac{11}{3} : 4) \cdot m$$

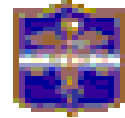
b) Considerá que p y q son números racionales y traducí al lenguaje simbólico lo siguiente:

i. la diferencia entre el triple de q y la cuarta parte de p ;

ii. el doble de la tercera parte de p incrementado en el quíntuplo de q .

5. La figura está formada por un cuadrado y tres rectángulos congruentes.



**Matemática - Clase n° 9- 8 de junio de 2024**

a) Marcá con una X en el correspondiente la o las expresiones que permiten calcular, en centímetros, el perímetro de la figura.

$4t + 8 \cdot \frac{7}{3}t - 2t$

$\frac{62}{3}t$

$9 \cdot \frac{7}{3}t + 6t$

$2t + 8 \cdot \frac{7}{3}t$

b) Escribí en lenguaje simbólico una expresión que permita calcular, en centímetros cuadrados, el área de la figura.

c) Considerá que $t = \frac{3}{2}$ cm y hallá el perímetro, en centímetros, y el área, en centímetros cuadrados, de la figura.

Respuestas de los problemas.

1. El área del *banner* es $\frac{27}{50} \text{ m}^2$.

2. a) i. $\frac{5}{3}$ ii. $\frac{1}{7}$ iii. 1 iv. No es posible v. $\frac{9}{16}$ vi. 4

b)	V	F
Todos los números racionales positivos tienen inverso.	X	
El inverso de un número racional positivo siempre es menor que el número dado.		X
No existen números racionales positivos iguales a su inverso.		X
Si un número racional positivo es mayor que otro, entonces su inverso también lo es.		X

c) $\frac{4}{25} < \frac{2}{5} < \frac{4}{5} < 1 < \frac{5}{2}$

3. Marcela necesita como mínimo 14 bolsas.

4. a)

i. Las dos quintas partes de m incrementado en uno disminuidas en la mitad de seis. $\frac{2}{5} \cdot (m + 1) - 6 : 2$

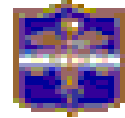
ii. El triple de: la mitad de m aumentada en un séptimo. $3 \cdot \left(m : 2 + \frac{1}{7} \right)$

iii. El cociente entre once tercios y el cuádruple de m . $\frac{11}{3} : (4 \cdot m)$

b) i. $3q - \frac{1}{4}p$ ii. $2 \cdot \frac{1}{3}p + 5q$



UBA



CIEEM 2024/2025

Matemática - Clase n° 9- 8 de junio de 2024

5. a) $4t + 8 \cdot \frac{7}{3}t - 2t$

$\frac{62}{3}t$

$9 \cdot \frac{7}{3}t + 6t$

$2t + 8 \cdot \frac{7}{3}t$

b) Una expresión simbólica que permite calcular, en centímetros cuadrados, el área de

la figura puede ser: $\frac{7}{3}t \cdot \frac{7}{3}t + 3 \cdot \frac{7}{3}t \cdot t$

c) El perímetro de la figura es 31 cm y el área 28 cm².