

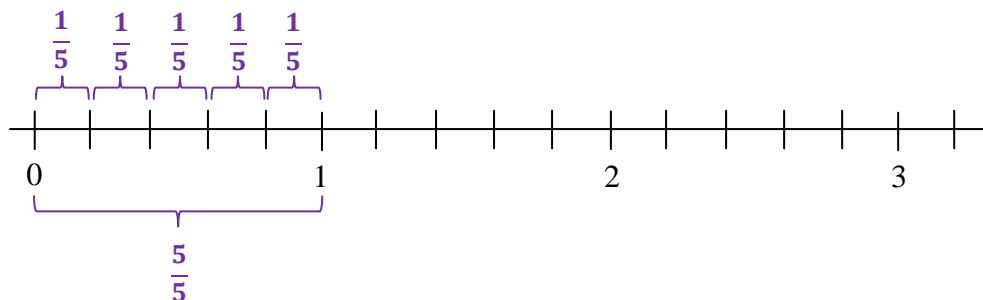
Orden y representación en la recta numérica. Suma y resta de números racionales no negativos.

Representación de fracciones en la recta numérica

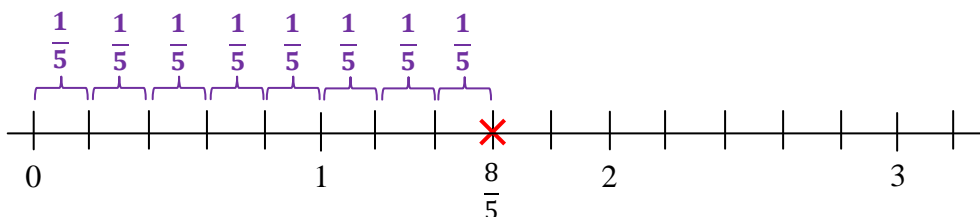
Así como en la recta numérica representamos los números naturales y el cero, podemos también representar los números racionales. Representemos en la recta numérica algunos números racionales expresados como fracciones.

- ◆ ¿Cómo representamos en la recta numérica las fracciones $\frac{8}{5}$, $\frac{12}{5}$ y $\frac{4}{5}$ de igual denominador?

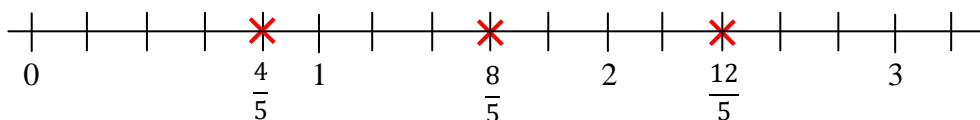
Las tres fracciones tienen denominador 5, entonces dividimos la unidad en cinco partes iguales. Cada segmento en el que dividimos la unidad representa $\frac{1}{5}$ de esa unidad.



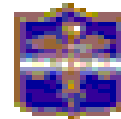
Para ubicar en la recta numérica $\frac{8}{5}$, que es 8 veces $\frac{1}{5}$, a partir del 0 contamos ocho veces el segmento que representa un quinto y marcamos el número.



Marcamos con una X las otras dos fracciones pedidas, $\frac{12}{5}$ y $\frac{4}{5}$.



- ◆ ¿Cómo podemos ordenar de menor a mayor las fracciones representadas?

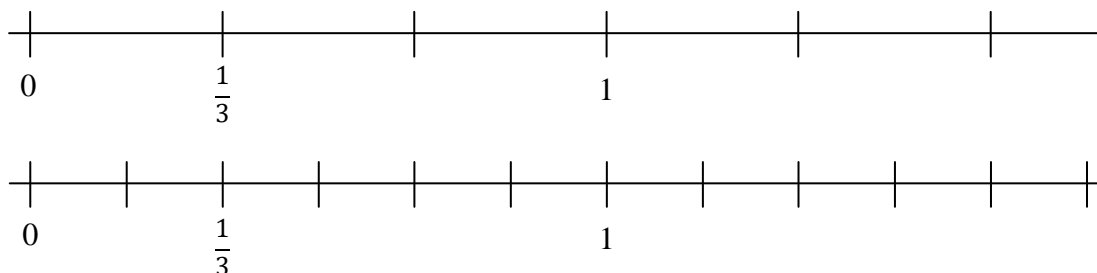


En las fracciones representadas, o sea en $\frac{12}{5}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{5}$, $4 < 8$ y $8 < 12$, con lo cual $4 < 8 < 12$ y entonces: $\frac{4}{5} < \frac{8}{5} < \frac{12}{5}$.

Las fracciones con igual denominador se ordenan según su numerador.

◆ ¿Cómo representamos las fracciones $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{6}$ que tienen distinto denominador?

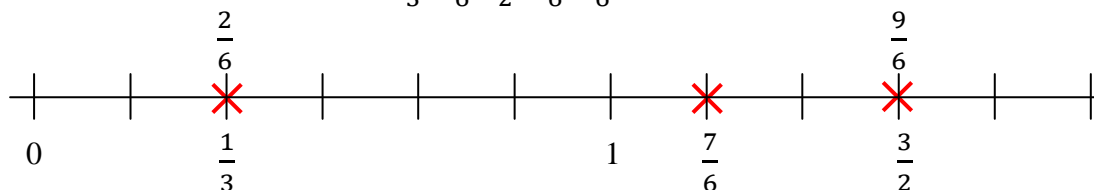
Para representar estos tres números que tienen denominadores distintos, tenemos que dividir la unidad en segmentos de forma tal que podamos ubicar tercios, medios y sextos respectivamente.



Buscamos fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Para ello, elegimos un número que sea múltiplo de 2, 3 y 6, por ejemplo, 6, 12, 18, etcétera.

En este caso, optamos por el 6, ya que es el más conveniente porque es el menor múltiplo común entre 2, 3 y 6.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \frac{3}{2} = \frac{9}{6} \text{ y } \frac{7}{6}$$

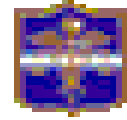


Las fracciones equivalentes corresponden a un mismo punto de la recta numérica.

◆ ¿Cómo podemos ordenar de menor a mayor estas fracciones?

Una manera de ordenar fracciones es teniendo en cuenta la recta numérica. Para ordenarlas de menor a mayor se considera el orden en que aparecen en la recta de izquierda a derecha. Por lo tanto:

$$\frac{1}{3} < \frac{7}{6} < \frac{3}{2}$$



Otra manera de ordenar fracciones es compararlas con 1. En este caso, $\frac{1}{3}$ es el único número menor que la unidad, ya que su numerador es menor que su denominador. Las otras dos fracciones $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{6}$ son mayores que 1 y para ordenarlas buscamos fracciones equivalentes de igual denominador, por ejemplo $\frac{9}{6}$ y $\frac{7}{6}$, siendo la menor de ellas la que tiene el menor numerador.

Comparación y orden de fracciones

◆ ¿Cuál es mayor $\frac{3}{7}$ o $\frac{2}{5}$?

Busquemos fracciones equivalentes con igual denominador.

$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$, $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$ y como 15 es mayor que 14, resulta que: $\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$. Por lo tanto: $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$.

Para comparar fracciones se buscan fracciones equivalentes a ellas que tengan igual denominador.

◆ Marina compró $1\frac{1}{2}$ metros de tela y Juana compró $\frac{8}{6}$ metros de la misma tela. ¿Quién compró más tela?

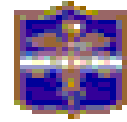
Juana compró $\frac{8}{6}$ metros que equivalen a $1\frac{2}{6}$ metros de tela. Tanto Juana como Marina compraron más de un metro de tela.

Ahora podemos comparar $\frac{1}{2}$ con $\frac{2}{6}$, o su equivalente $\frac{1}{3}$, es decir comparar $\frac{1}{2}$ con $\frac{1}{3}$.

Como para completar un entero se necesita 3 veces $\frac{1}{3}$ o 2 veces $\frac{1}{2}$, entonces $\frac{1}{3}$ es menor que $\frac{1}{2}$. Por lo tanto, Marina compró más tela que Juana.

◆ Joaquín compró $\frac{5}{8}$ kilogramo de uvas y su hermana, $\frac{7}{14}$ kilogramo de la misma fruta. ¿Quién compró más?

Como $\frac{7}{14}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$, entonces analizamos si $\frac{5}{8}$ es mayor o menor que $\frac{1}{2}$. Para ello buscamos la fracción equivalente a $\frac{1}{2}$ con denominador 8 y obtenemos $\frac{4}{8}$. Como $\frac{5}{8}$ supera a $\frac{4}{8}$, Joaquín compró más kilogramos de uva que su hermana.



CIEEM 2024/2025

Matemática - Clase n° 8 - 1 de junio de 2024

En algunos casos es útil comparar con $\frac{1}{2}$, 1 o el entero más próximo a la fracción considerada.

Como en la fracción $\frac{1}{2}$ y sus equivalentes $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, etcétera, el numerador es la mitad del denominador, entonces analizamos si la fracción considerada es menor, igual o mayor que $\frac{1}{2}$.

Por ejemplo: $\frac{3}{8} < \frac{1}{2}$, pues $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$ o $\frac{5}{6} > \frac{1}{2}$, porque $\frac{5}{6} > \frac{3}{6}$.

Operaciones con fracciones

Veamos algunos procedimientos que nos permiten resolver diversas situaciones con fracciones.



¿Cuánto le falta a $\frac{4}{7}$ para llegar a 2?

¿En cuánto excede $\frac{24}{5}$ a 4?



◆ ¿Cuánto le falta a $\frac{4}{7}$ para llegar a 2?

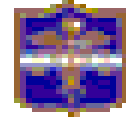
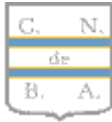
Para llegar a un entero, es decir $\frac{7}{7}$, a $\frac{4}{7}$ le faltan $\frac{3}{7}$ y para llegar a dos enteros, le faltan $\frac{7}{7}$ más. En total le faltan $\frac{10}{7}$, es decir $1\frac{3}{7}$.

◆ ¿En cuánto excede $\frac{24}{5}$ a 4?

Como un entero es 5 veces $\frac{1}{5}$, entonces podemos escribir 4 enteros como 20 veces $\frac{1}{5}$, o sea $\frac{20}{5}$. Para llegar a $\frac{24}{5}$ a $\frac{20}{5}$ le faltan $\frac{4}{5}$, que es lo que excede $\frac{24}{5}$ a 4.

Adición y sustracción de fracciones

Micaela filma un documental en tres días. Del tiempo de duración del documental, Micaela filmó $\frac{3}{5}$ el primer día y $\frac{1}{4}$ el segundo día.

**Matemática - Clase n° 8 - 1 de junio de 2024**

- ◆ ¿Qué parte del tiempo de duración del documental le queda a Micaela para filmar el tercer día?

Como en el enunciado figuran fracciones con denominador 5 y 4, se puede dividir al tiempo de duración del documental en 20 partes iguales, ya que 20 es múltiplo de 5 y 4. Luego, filmar $\frac{3}{5}$ del tiempo de duración del documental es equivalente a filmar $\frac{12}{20}$ de ese tiempo. A su vez, filmar $\frac{1}{4}$ del mencionado tiempo es equivalente a filmar $\frac{5}{20}$ de dicho tiempo. Por lo tanto, $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$ es equivalente a $\frac{12}{20} + \frac{5}{20}$.

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} \xrightarrow{x4} \\ \frac{3}{5} = \frac{12}{20} \\ \xleftarrow{x4} \end{array} & \begin{array}{c} \xrightarrow{x5} \\ \frac{1}{4} = \frac{5}{20} \\ \xleftarrow{x5} \end{array} \end{array}$$

Para sumar (o restar) fracciones de igual denominador, se suman (o se restan) los numeradores y se deja el mismo denominador.

Para sumar (o restar) fracciones de distinto denominador, se buscan fracciones de igual denominador equivalentes a las dadas y, luego, se suman (o se restan) esas fracciones.

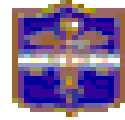
Es conveniente usar como denominador común al menor múltiplo común de los denominadores dados.

$$\text{Entonces: } \frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}.$$

Luego, si al finalizar el segundo día de rodaje Micaela filmó $\frac{17}{20}$ del tiempo de duración del documental, entonces en el tercer día le queda por filmar $\frac{3}{20}$ de ese tiempo, pues $\frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$.

- ◆ Si por cuestiones presupuestarias en el tercer día Micaela debe reducir $\frac{1}{8}$ del total del tiempo de duración del documental, ¿qué parte del mencionado tiempo filmó el tercer día?

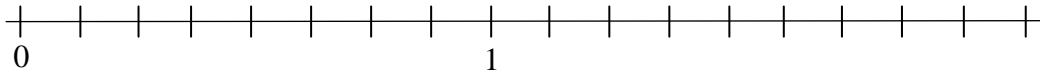
$\frac{3}{20} - \frac{1}{8} = \frac{6}{40} - \frac{5}{40} = \frac{1}{40}$. Por lo tanto, el tercer día Micaela filmó $\frac{1}{40}$ del tiempo de duración del documental.



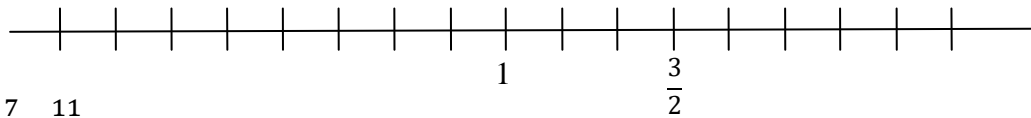
Todos los problemas de tarea son los que figuran a continuación.

1. En cada ítem, representá en la recta numérica los números que se indican marcándolos con una X y escribí el número correspondiente debajo de cada marca.

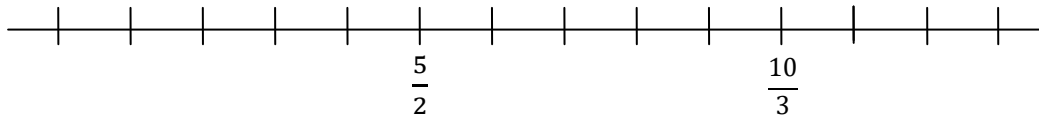
a) 2 , $\frac{1}{8}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{27}{16}$ y $1\frac{1}{4}$.



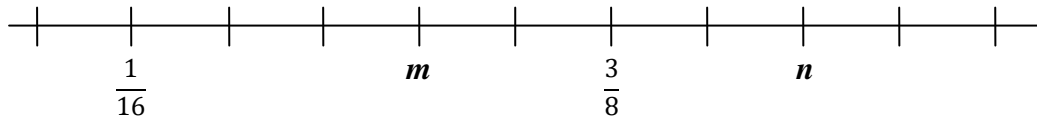
b) 0 y $\frac{5}{12}$.



c) $\frac{7}{2}$ y $\frac{11}{6}$.

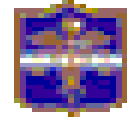


2. ¿Qué fracciones irreducibles representan las letras m y n en la siguiente recta numérica?



3. a) En la tabla, escribí, siempre que sea posible, un número natural en cada línea de puntos para que la fracción resultante sea menor o mayor que 1 según corresponda.

Fracciones menores que 1	Fracciones mayores que 1
$\frac{3}{\dots}$	$\frac{2}{\dots}$
$\frac{\dots}{8}$	$\frac{\dots}{9}$
$\frac{\dots}{1}$	$\frac{7}{\dots}$



UBA

CIEEM 2024/2025

Matemática - Clase n° 8 - 1 de junio de 2024

b) Hallá los valores naturales de t para que se cumpla lo que se indica en cada caso:

- i. $\frac{5}{t}$ es igual a la unidad. ii. $\frac{21}{t}$ es a lo sumo 5. iii. $\frac{t}{12}$ es por lo menos 3.

4. En cada ítem, escribí en el casillero una fracción irreducible para que la igualdad sea verdadera.

a) $\frac{5}{7} + \boxed{} = 1$

b) $\frac{13}{6} - \boxed{} = 1$

c) $\boxed{} + \frac{4}{9} = 2$

d) $1 - \boxed{} = \frac{9}{10}$

e) $3 + \boxed{} = \frac{26}{7}$

5. En cada caso, completá en la línea de puntos con $<$, $>$ o $=$ según corresponda y sin realizar el cálculo.

a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ 4

b) $5 - \frac{13}{3}$ 0

c) $8\frac{1}{5}$ $6 + \frac{11}{5}$

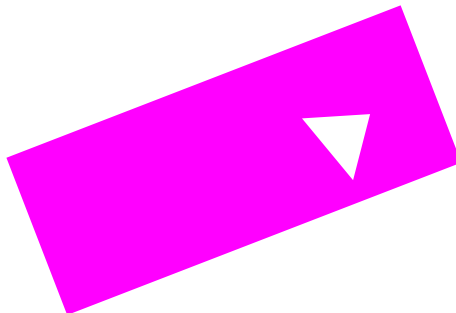
d) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

6. Romina cocinó un *lemon pie* para compartir en la merienda con sus amigos Francisco y Cristina. De la torta Romina comió $\frac{1}{5}$, Francisco se sirvió $\frac{2}{9}$ y Cristina merendó $\frac{1}{3}$.

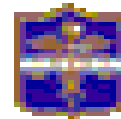
a) ¿Cuál de los tres amigos comió la mayor porción del *lemon pie*?

b) ¿En la merienda, sobró más o menos que un octavo de torta? ¿Por qué?

7. La siguiente figura está formada por un rectángulo cuyas dimensiones son $\frac{13}{5}$ cm y $\frac{7}{10}$ cm, y al que se le quitó un triángulo equilátero.



Si el perímetro de la figura es $\frac{15}{2}$ cm, ¿cuál es el perímetro, en centímetros, del triángulo equilátero?

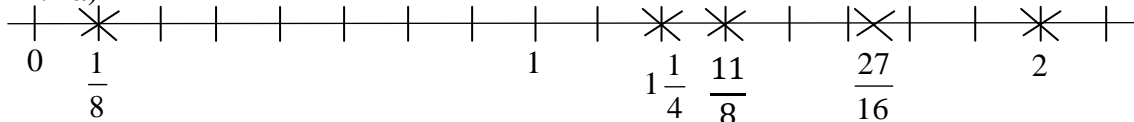


CIEEM 2024/2025

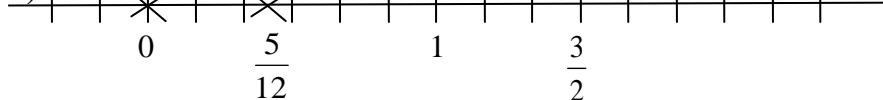
Matemática - Clase n° 8 - 1 de junio de 2024

Respuestas de los problemas

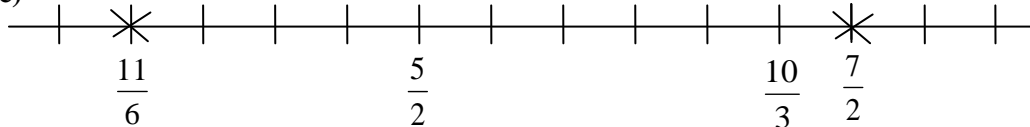
1. a)



b)



c)



2. La letra m representa $\frac{4}{16}$, es decir, $\frac{1}{4}$. La letra n representa $\frac{8}{16}$, o sea $\frac{1}{2}$.

3. a)

Fracciones menores que 1	Fracciones mayores que 1
Por ejemplo: $\frac{3}{5}$	Única respuesta $\frac{2}{1}$
Por ejemplo: $\frac{7}{8}$	Por ejemplo: $\frac{11}{9}$
No es posible $\frac{\dots}{1}$	Por ejemplo: $\frac{7}{4}$

b) i. $t = 5$ ii. $t > 4$. En este caso no es posible escribir todos los valores de t .

iii. $t \geq 36$. En este caso no es posible escribir todos los valores de t .

4.

a) $\frac{5}{7} + \boxed{\frac{2}{7}} = 1$

b) $\frac{13}{6} - \boxed{\frac{7}{6}} = 1$

c) $\boxed{\frac{14}{9}} + \frac{4}{9} = 2$

d) $1 - \boxed{\frac{1}{10}} = \frac{9}{10}$

e) $3 + \boxed{\frac{5}{7}} = \frac{26}{7}$

5. a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} < 4$

b) $5 - \frac{13}{3} > 0$

c) $8\frac{1}{5} = 6 + \frac{11}{5}$

d) $\frac{1}{4} < \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

6. a) Cristina es quien comió la mayor porción de *lemon pie*.

b) Sobró más de un octavo de torta.

7. El perímetro del triángulo equilátero es $\frac{9}{10}$ cm.