

CIEEM 2017/2018  
**Matemática**  
**Clase n° 4 - 8 de abril de 2017**

*Desigualdades. División entera. Múltiplos y divisores.*

1. En cada caso, completá las líneas de puntos con  $<$ ,  $>$  o  $=$ , sin resolver las cuentas. Explicá cómo pensaste para cada ítem.

- a)  $9 \cdot (47 + 16)$  .....  $9 \cdot 47 + 9 \cdot 16$   
 b)  $34 \cdot 7 - 29 \cdot 7$  .....  $(34 - 29) \cdot 7$   
 c)  $23 \cdot 10^4 \cdot 12 \cdot 10^2$  .....  $23000 \cdot 1200$   
 d)  $51^7$  .....  $51^5 \cdot 51^3$   
 e)  $49^8 : 49$  .....  $49^4$

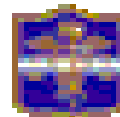
2. Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

	$2m \leq 98$
El doble de $m$ es mayor que 98.	$m : 2 > h - 1$
El siguiente de $m$ es menor o igual que 11.	$m + 1 > 11$
La mitad de $m$ es menor que el anterior de $h$ .	$m : 2 \geq h - 1$
El siguiente de $m$ supera a 11.	$2m > 98$
El doble de $m$ es a lo sumo 98.	$m : 2 < h - 1$
La mitad de $m$ es por lo menos el anterior de $h$ .	$m + 1 \leq 11$
	$m : 2 \leq h - 1$

3. Carlos, Néstor y Daniel subieron a sus respectivas cuentas de *Instagram* una foto de sus vacaciones juntos. La foto que subió Néstor recibió 76 comentarios y supera en 19 a la cantidad de comentarios que tuvo la foto que subió Daniel. La foto que subió Carlos a *Instagram* no supera los 64 comentarios y es mayor que la cantidad de comentarios que tuvo la foto que subió Daniel.

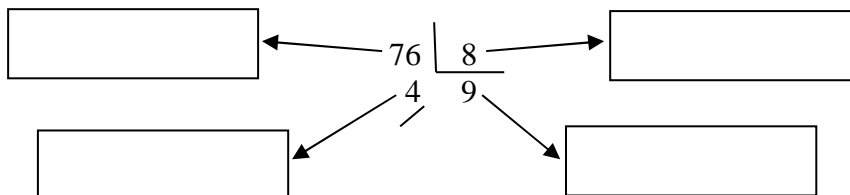
Si llamamos  $c$  a la cantidad de comentarios que recibió la foto que subió Carlos, ¿cuál o cuáles de las siguientes expresiones indican esa cantidad? Marcá con una X en el o los  correspondientes.

$c > 57$  y  $c \leq 64$       $57 < c \leq 64$       $58 \leq c \leq 64$       $57 < c < 64$



CIEEM 2017/2018  
Matemática  
Clase n° 4 - 8 de abril de 2017

4. a) Considerá la siguiente cuenta y completá los recuadros con estas palabras: cociente, dividendo, resto y divisor según corresponda.



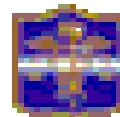
b) Completá la línea de puntos de la siguiente igualdad teniendo en cuenta los números de la división anterior.

$76 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$

- c) i. ¿Cuál es el resto de dividir 26 por 3? ¿Y el de dividir 35 por 7?
- ii. ¿Puede ser 6 el resto de dividir un número natural por 5?
- iii. ¿Qué condición debe cumplir el resto en cualquier división entera?
- iv. Si se divide un número natural por 6, el resto es 4. ¿Cuál es el resto de dividir el triple de ese número natural por 6?
- d) ¿Cuál es el cociente entre 91 y 8? ¿Y entre 45 y 63?
- e) ¿Por qué en una división entera el divisor no puede ser cero?

5. Sabiendo que  $105 = 7 \cdot 3 \cdot 5$  decidí si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Marcá con una X en el casillero V (verdadera) o F (falsa) según tu decisión.

	V	F
105 es divisible por 15.		
7 es divisor de 105.		
21 es múltiplo de 105.		
105 es divisor de 35.		
105 es divisible por 7.		
0 es múltiplo de 105.		
0 es divisor de 105.		
1 es divisor de 105.		
1 es múltiplo de 105.		



CIEEM 2017/2018  
**Matemática**  
Clase n° 4 - 8 de abril de 2017

**Tarea:** **hacé los problemas del 44 al 48 de las páginas 28 y 29, y los problemas del 49 al 64 de las páginas 31 a la 33 del libro de Matemática del CIEEM. De Más problemas, hacé los problemas 107 y 108 de la página 45, y los problemas 123 y 124 de la página 48.**

Pág. 28

### DESIGUALDADES

*Para expresar las relaciones de orden entre números naturales usamos símbolos.*

*" < " significa "menor que"*

*" > " significa "mayor que"*

*" ≤ " significa "menor o igual que"*

*" ≥ " significa "mayor o igual que"*

Mariana tiene una bolsa con menos de 20 chupetines y reparte entre sus amigos 15.

► ¿Cuántos chupetines le pueden sobrar?

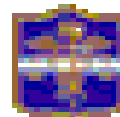
*Si tiene menos de 20 y reparte 15, la cantidad de chupetines que le pueden sobrar son 1, 2, 3, ó 4 según cuál sea la cantidad que haya en la bolsa. Para escribir ese conjunto de números posibles podemos usar los símbolos anteriores y la letra **m** para expresar la cantidad de chupetines:*

$$m < 5 \quad \text{ó} \quad m \leq 4$$

► De los 15 que reparte, más de 8 son de frutilla. ¿Cuál puede ser la cantidad de chupetines de frutilla?

*La cantidad de chupetines de frutilla puede ser: 9, 10, 11, 12, 13, 14 ó 15. Si llamamos **f** a la cantidad de chupetines de frutilla que reparte, se puede escribir la respuesta utilizando expresiones que indican los posibles valores de **f**:*

$$f > 8 \quad \text{y} \quad f \leq 15, \quad 8 < f \leq 15 \quad \text{ó} \quad 9 \leq f \leq 15.$$



CIEEM 2017/2018  
**Matemática**  
 Clase n° 4 - 8 de abril de 2017

◆ **Para que lo intentes solo...**

44. Armando, José y Pablo participaron en el concurso: “¿Quién come más hamburguesas?”. Armando comió 16 hamburguesas y José 4 más que Armando. Pablo no superó la cantidad de hamburguesas que comió Armando y comió más que la mitad de las que comió José.

a) ¿Cuántas hamburguesas pudo haber comido Pablo?  
*Indicá todas las posibilidades.*

b) Si llamamos  $h$  a la cantidad de hamburguesas que pudo haber comido Pablo, ¿cuáles de las siguientes expresiones indican los posibles valores de  $h$ ?  
*Marca con una X.*

$10 \leq h \leq 16$

$11 \leq h < 17$

$10 < h \leq 16$

$h \leq 17$  y  $h > 10$

$h \leq 16$  y  $h > 10$

Pág. 29 45. En la expresión  $a \cdot 100 > 375$ , donde  $a$  es un número natural de una cifra, ¿qué valores puede tomar  $a$  para que la expresión sea verdadera?

46. Uní con una flecha cada expresión coloquial con su correspondiente traducción simbólica.

El doble de  $a$  es a lo sumo  $b$ .  $2a > b$

El doble de  $a$  es  $b$ .  $2a \geq b$

El doble de  $a$  es por lo menos  $b$ .  $2a \leq b$

El doble de  $a$  supera a  $b$ .  $2a < b$

El doble de  $a$  es menor que  $b$ .  $2a = b$

47. En un laboratorio hay dos vasos diferentes, en uno se coloca una cantidad  $a$  de líquido y en el otro, una cantidad  $b$  que es la mitad de la cantidad anterior. Completá con  $<$ ,  $>$  o  $=$ .

a)  $a \dots b$

b)  $a \dots 2b$

c)  $a \dots 3b$

d)  $2a \dots b$

e)  $a : 2 \dots b$

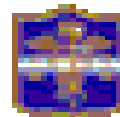
48.

a) En cada caso, encontrá todos los números naturales  $a$ , que cumplan:

i.  $50 < a \leq 56$

ii.  $20 \leq 4a < 32$

b) Escribí los números naturales  $b$ , de tres cifras que verifiquen  $2b \leq 210$ .



CIEEM 2017/2018  
**Matemática**  
Clase n° 4 - 8 de abril de 2017

**DIVISIÓN ENTERA**

Como ya has estudiado, una cuenta de dividir tiene *dividendo*, *divisor*, *cociente* y *resto*.

Victoria va a la sala de videos juegos. Cada uno de los juegos consume una cantidad de puntos. Los puntajes de algunos de los juegos son:

<b>Bowling</b> .....	<b>22 puntos</b>
<b>Sapito</b> .....	<b>19 puntos</b>

En su tarjeta tiene cargados 196 puntos.

► ¿Cuál es la máxima cantidad de veces que puede jugar al Sapito con los puntos que tiene cargados en su tarjeta? ¿Cuántos puntos le sobran?

Al realizar la **división entera** entre 196 y 19,

$$\begin{array}{r} 196 \overline{) 19} \\ 6 \quad 10 \end{array}$$

obtenemos **cociente** 10 y **resto** 6, esto significa que  $196 = 19 \cdot 10 + 6$ .

Por lo tanto, puede jugar, como **máximo**, 10 veces al Sapito y le sobran 6 puntos.

Pág. 30

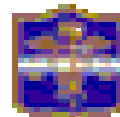
*Efectuar la división entera de un número natural **a** por otro número natural **b** ( $b \neq 0$ ), es encontrar los dos únicos números naturales **c** y **r** que cumplen:*

$$a = b \cdot c + r \quad \text{y} \quad 0 \leq r < b.$$

<i>dividendo</i>	←	<b>a</b>		<b>b</b>	→	<i>divisor</i>
<i>resto</i>	←	<b>r</b>		<b>c</b>	→	<i>cociente</i>

► Si Victoria juega dos veces al Bowling, ¿cuántas veces puede jugar al Sapito como máximo? ¿Cuántos puntos le sobran?

Restamos a 196 los puntos que utiliza para jugar las dos veces al Bowling, quedando 152 puntos en la tarjeta ( $196 - 2 \cdot 22 = 152$ ).



CIEEM 2017/2018  
**Matemática**  
**Clase n° 4 - 8 de abril de 2017**

Al hacer la **división entera** entre 152 y 19 obtenemos **cociente** 8 y **resto** 0. Por lo tanto, Victoria puede jugar 8 veces al Sapito y no le sobra ningún punto.

Observemos que

$$152 = 19 \cdot 8 + 0 = 19 \cdot 8, \text{ entonces } 152 \text{ es } \mathbf{divisible} \text{ por } 19.$$

Si al hacer la división entera entre dos números naturales  $a$  y  $b$  ( $b \neq 0$ ), el **resto** es **0**, o sea,  
 $a = b \cdot c$ ,  
 se dice que  $a$  es **divisible** por  $b$ .  
 o también que:  $b$  es un **divisor** de  $a$ ,  
 $b$  **divide** a  $a$ ,  
 $b$  es un **factor** de  $a$ ,  
 $a$  es **múltiplo** de  $b$ .

El 1 es divisor de todos los números naturales y múltiplo sólo del 1.

El 0 es múltiplo de todos los números naturales y divisor de ninguno.

► Victoria consume los 42 puntos de su tarjeta en el juego La calesita y no le sobra ningún punto. ¿Cuáles son los posibles puntos que consume un juego de La calesita?

Como no sobra ningún punto, los posibles puntajes que se requiere para jugar una vez a La calesita son los **divisores de 42**.

Pág. 31 Una forma de encontrar todos los divisores de un número natural es buscándolos en forma ordenada, de menor a mayor, comenzando por el 1 (que siempre lo va a ser).

$$42 \overline{) 1} \quad \text{entonces } 42 = 1 \cdot 42, \text{ luego } 1 \text{ y } 42 \text{ son divisores de } 42.$$

$$0 \quad 42$$

$$42 \overline{) 2} \quad \text{entonces } 42 = 2 \cdot 21, \text{ luego } 2 \text{ y } 21 \text{ son divisores de } 42.$$

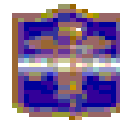
$$0 \quad 21$$

$$42 \overline{) 3} \quad \text{entonces } 42 = 3 \cdot 14, \text{ luego } 3 \text{ y } 14 \text{ son divisores de } 42.$$

$$0 \quad 14$$

$$42 \overline{) 4} \quad \text{como el resto no es } 0, \text{ entonces } 4 \text{ no es divisor de } 42.$$

$$2 \quad 10$$



CIEEM 2017/2018  
**Matemática**  
**Clase n° 4 - 8 de abril de 2017**

$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 5} \\ 2 \quad 8 \end{array}$$



como el resto no es 0, entonces 5 **no** es divisor de 42.

$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 6} \\ 0 \quad 7 \end{array}$$

entonces  $42 = 6 \cdot 7$ , luego 6 y 7 divisor de 42.

El próximo divisor será el 7, que ya lo tenemos, por lo tanto, todos los divisor de 42 son: 1, 42, 2, 21, 3, 14, 6 y 7.

◆ **Para que lo intentes solo...**

49. Los leñadores de un pueblo cortaron 25 troncos. Para trasladar todos los troncos a otro lugar usaron carros.   
 a) Si cada carro transporta 5 troncos, ¿cuántos carros necesitaron?  
 b) Si pudieran cargar un tronco más en cada carro, ¿habrían usado menos carros?
50. Juan debe transportar 87 botellas de agua mineral en cajones con capacidad para 6 botellas.  
 a) ¿Cuántos cajones como mínimo necesita?  
 b) Si tuviera que transportar el doble de botellas, ¿cuántos cajones necesitaría?
51. Un comerciante embolsa 2351 caramelos.  
 a) ¿Cuántas bolsas con 100 caramelos cada una podrá llenar?  
 b) Los caramelos que sobran los guarda en bolsitas con no más de media docena cada una. ¿Cuántas bolsitas cómo mínimo utiliza?
52. Si hoy es sábado, ¿qué día de semana será dentro de mil días?
53. Se quiere repartir 225 tazas en cajas, de modo que haya el mismo número en cada caja. ¿De cuántas formas es posible hacerlo si no puede haber más de 20 tazas por caja ni menos de 5? 

Pág. 32 54.

a) Completá las siguientes divisiones enteras:

$$\begin{array}{r} 38 \overline{) 7} \\ \dots \quad \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 38} \\ \dots \quad \dots \end{array}$$

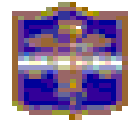
$$\begin{array}{r} \dots \overline{) 6} \\ 4 \quad 12 \end{array}$$

b) ¿Cuáles son los posibles valores de  $n$  en la siguiente división?

$$\begin{array}{r} n \overline{) 3} \\ r \quad 6 \end{array}$$

Recordá que:

*el resto en una división siempre es menor que el divisor.*



CIEEM 2017/2018

Matemática

Clase n° 4 - 8 de abril de 2017

55. En una división por 7, el dividendo supera al resto en 21 y el divisor es el siguiente del resto. ¿Cuáles son el dividendo, el cociente y el resto?

56. \*  $n$  es un número natural de dos cifras y  $c$  es un número impar.  
¿Cuáles son los posibles valores de  $n$  en la división?

$$\begin{array}{r} n \\ 15 \overline{) c} \\ \underline{\phantom{00}} \\ 4 \end{array}$$

57.

a) Pancho dividió un número por 4 y le dio como cociente 25, pero no recuerda cuál era el resto. ¿Qué número pudo haber dividido Pancho? *Escribí todas las posibilidades.*

b) Teo dividió un número por 7 y obtuvo resto 4. ¿Cuál es el menor número que hay que sumarle al dividendo para que sea múltiplo de 7?

58. Sabiendo que  $27 \cdot 16 = 432$ , calculá, sin hacer la división, el resto de dividir:

a) 435 por 16.

b) 450 por 16.

59. Escribí todos los divisores de los siguientes números.

a) 33

b) 70

c)  $2 \cdot 3 \cdot 5$

d)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5$

60. Decidí en cada caso si es verdadero o falso. *Justificá tu respuesta.*

a) Como  $\begin{array}{r} 23 \overline{) 5} \\ \underline{3} \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \end{array}$ , 23 es múltiplo de 5.

b) Como  $\begin{array}{r} 105 \overline{) 7} \\ \underline{0} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$ , 7 y 15 son divisores de 105.

c) Como  $\begin{array}{r} 9 \overline{) 2} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$ , 2 y 4,5 son divisores de 9.

61. Si sabemos que 18 es divisor de un número  $n$ , ¿qué otros divisores de  $n$  conocemos?

Pág. 33 62. Patricio dice que 73 dividido un número  $n$  le da cociente 7 y resto 10. Mariela dice que no puede ser. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

63.

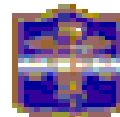
a) Se sabe que 36 es divisible por 4. ¿Se puede saber sin hacer la cuenta si el triple de 36 será divisible por 4?

b) ¿Será cierto que multiplicando 36 por cualquier número, se obtiene un número divisible por 4?

c) ¿Será cierto que la suma de dos múltiplos de 4 es, también, múltiplo de 4?

64. Hallá un número natural  $a$ , si sabemos que al dividir 43 por  $a$  da resto 7 y al dividir 56 por  $a$  da resto 2. ¿Cuántas posibilidades hay?





CIEEM 2017/2018  
**Matemática**  
 Clase n° 4 - 8 de abril de 2017

Pág. 45 **MÁS PROBLEMAS...**

**107.**

- a) Proponé una división que cumpla con la condición indicada en cada caso.
- i. El divisor es 8 y el cociente es 6.
  - ii. El cociente es 9 y el resto es 5.
  - iii. El dividendo es 67, el cociente es 2 y el resto es 7.
- b) ¿Cuántas soluciones tiene el problema en cada uno de los casos anteriores?

**108.** Se sabe que

$$\begin{array}{r} n \overline{) 7} \\ r \quad r \end{array} \quad n \neq 0,$$

a) entonces:

- $n$  es múltiplo de 7.                        $n$  es múltiplo de 8.  
  $n$  es par.                                        $n$  es impar.

*Marcá con una X la o las opciones correctas.*

b) ¿Cuáles son los posibles valores de  $n$  si se sabe que, además, es múltiplo de 3?

Pág. 48 **123.** Si  $p = 4$ , ¿cuáles de las cuentas indicadas da por resultado 18?

*Marcá con una X las opciones correctas.*

- $3p + 8/2$                         $3(p + 8) : 2$                         $3(p + 8 : 2)$   
  $3p : 2 + 4$                         $3(p : 2 + 4)$

**124.** En cada caso, marcá con una X las opciones correctas.

a)

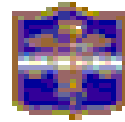
- i. Florencia tiene \$211, compra  $n$  alfajores a \$7 cada uno. ¿Cuáles de las expresiones indican cuánto dinero le sobra?

- $211 - n \cdot 7$                         $7n - 211$                         $(211 - n) \cdot 7$   
  $(211 - 7) \cdot n$                         $211 - 7n$

- ii. Si compra dos docenas de alfajores, ¿cuánto dinero le sobra a Florencia?

b)

- i. Rosario destina a sus hijos Matías y Soledad, \$ $m$  y \$ $s$  respectivamente, para sus gastos diarios. A cada uno le da un adicional de \$30 por sábado. ¿Cuáles de las expresiones indican lo que destina Rosario por semana para los gastos de sus hijos?



CIEEM 2017/2018

**Matemática****Clase n° 4 - 8 de abril de 2017**

- $7(m + s) + 60$       $7(m + s + 60)$       $7m + 7s + 60$   
  $(m + s + 30) \cdot 7$       $7m + s + 60$

- ii. Si a Matías le da \$10 diarios y a Soledad \$2 más que a Matías, ¿cuánto destina Rosario por semana para los gastos de sus hijos?

**c)**

- i. Juana compró en el *Mercado de las Flores* 10 docenas de claveles a \$ $d$  la docena y luego vendió a \$ $c$  cada clavel. Si vendió todos los claveles, ¿cuáles

Son las expresiones que indican cuánto ganó con la venta de los claveles?

- $10d - 120c$       $120d - 10c$       $120c - 10d$   
  $12(10c - d)$       $10(12c - d)$

- ii. Si  $d = 12$  y  $c = 2$ , ¿cuánto ganó Juana con la venta de los claveles?

**d)**

- i. Florencia, Victoria y Nicolás juntan estampillas. Nicolás tiene el triple de estampillas que Florencia y Victoria la mitad de la cantidad que tiene Florencia.

Si Florencia tiene  $f$  estampillas, ¿cuál es la expresión que indica la cantidad de estampillas que tienen entre los tres?

- $2f + f + 3f$       $2f + f + f : 3$   
  $3f + f + f : 2$       $f : 2 + f + f : 3$

- ii. Si  $f = 74$ , ¿cuántas estampillas tienen entre los tres? ¿Cuántas tiene cada uno?